ТГАСУ
Томский государственный архитектурно-строительный университет

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Томский государственный архитектурно–строительный университет"

ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ, ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ, АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Варианты заданий
для студентов заочной формы обучения

Составители Лазарева Р.И., Куницына Т.С., Зголич М.В.

Томск 2017

СОДЕРЖАНИЕ

I. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ И ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. На обложке тетради должно быть написано название контрольной работы, разборчиво написана фамилия студента его инициалы, учебный номер (шифр).

2. Например, если Ваш шифр 526-008, тогда номер Вашего варианта 8. Вам необходимо решить все задачи из Вашего варианта, номера задач 8, 18, 28, 38, 48, 58 из таблицы

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номера задач контрольных заданий	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

3. Решение задач необходимо излагать подробно и аккуратно. Условие задачи переписывается полностью.

II. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

При выполнении данной контрольной работы можно дополнительно воспользоваться следующими методическими указаниями: «Элементы линейной алгебры», «Элементы линейной и векторной алгебры» и «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии». В них содержатся необходимые для решения задач теоретические вопросы, рекомендации по решению задач и образцы решенных примеров, а так же можно воспользоваться учебниками из списка литературы.

III. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1-10. Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить тремя способами: а) методом Гаусса; б) методом Крамера; в) матричным способом.

1. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$; 2. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 6 \end{cases}$;

3. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$; 4. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$;

5. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$; 6. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$;

7. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$; 8. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$;

9. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$; 10. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$.

11-20. Даны векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Показать, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют базис. Разложить вектор $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

11. $\vec{a} = \{4; -2\}, \vec{b} = \{3; 5\}, \vec{c} = \{1; -7\}$;

12. $\vec{a} = \{3; -2\}, \vec{b} = \{-2; 1\}, \vec{c} = \{7; -4\}$;

13. $\vec{a} = \{3; 5\}, \vec{b} = \{1; -7\}, \vec{c} = \{7; 3\}$;

14. $\vec{a} = \{3; 1\}, \vec{b} = \{2; -1\}, \vec{c} = \{8; 1\}$;

15. $\vec{a} = \{3; 1\}, \vec{b} = \{2; -1\}, \vec{c} = \{5; 5\}$;

16. $\vec{a} = \{3; 1\}, \vec{b} = \{2; -1\}, \vec{c} = \{1; -3\}$;

17. $\vec{a}=\{4;-2\},\vec{b}=\{3;5\},\vec{c}=\{5;-9\}$;

18. $\vec{a}=\{2;1\},\vec{b}=\{-1;2\},\vec{c}=\{1;8\}$;

19. $\vec{a}=\{2;1\},\vec{b}=\{-1;2\},\vec{c}=\{12;1\}$;

20. $\vec{a}=\{5;2\},\vec{b}=\{3;-4\},\vec{c}=\{4;12\}$.

21-30. Даны координаты точек $A_1A_2A_3$: Найти:

1) длину вектора $\overline{A_1A_2}$;

2) угол между векторами $\overline{A_1A_2}$ и $\overline{A_1A_3}$.

21. $A_1(4;2),A_2(0;7),\quad A_3(0;2)$.

22. $A_1(4;4),A_2(4;6),A_3(2;8)$.

23. $A_1(4;6),A_2(6;9),A_3(2;10)$.

24. $A_1(3;5),A_2(8;7),A_3(5;10)$.

25. $A_1(10;6),A_2(-2;8),A_3(6;8)$.

26. $A_1(1;8),A_2(5;2),A_3(5;7)$.

27. $A_1(6;6),A_2(4;9),A_3(4;6)$.

28. $A_1(7;2),A_2(5;7),A_3(5;3)$.

29. $A_1(8;6),A_2(10;5),A_3(5;6)$.

30. $A_1(7;7),A_2(6;5),A_3(3;5)$.

31-40. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: Найти: 1) площадь грани $A_1A_2A_3$; 2) объем пирамиды.

31. $A_1(4;2;5),A_2(0;7;2),\quad A_3(0;2;7),\quad A_4(1;5;0)$.

32. $A_1(4;4;10),A_2(4;6;2),A_3(2;8;4),A_4(9;6;9)$.

33. $A_1(4;6;5),A_2(6;9;4),A_3(2;10;10),A_4(7;5;9)$.

34. $A_1(4;2;5),A_2(0;7;2),\quad A_3(0;2;7),\quad A_4(1;5;0)$.

35. $A_1(10;6;6),A_2(-2;8;2),A_3(6;8;9),A_4(7;10;3)$.

36. $A_1(1;8;2),A_2(5;2;6),A_3(5;7;4),A_4(4;10;9)$.

37. $A_1(6;6;5),A_2(4;9;5),A_3(4;6;11),A_4(6;9;3)$.

38. $A_1(7;\,2;\,2)$, $A_2(5;\,7;\,7)$, $A_3(5;\,3;\,1)$, $A_4(2;\,3;\,7)$.

39. $A_1(8;\,6;\,4)$, $A_2(10;\,5;\,5)$, $A_3(5;\,6;\,8)$, $A_4(8;\,10;\,7)$.

40. $A_1(7;\,7;\,3)$, $A_2(6;\,5;\,8)$, $A_3(3;\,5;\,8)$, $A_4(8;\,4;\,1)$.

41-50. Даны вершины треугольника ABC. Найти:
1) уравнение стороны AB;
2) уравнение высоты, проведенной из вершины A.

41. $A(-8;\,-2)$, $B(2;\,10)$, $C(4;\,4)$.

42. $A(-5;-2)$, $B(7;6)$, $C(5;-4)$.

43. $A(4;\,8)$, $B(2;\,-10)$, $C(-6;\,-2)$.

44. $A(-6;\,-2)$, $B(4;\,8)$, $C(2;\,-8)$.

45. $A(2;\,6)$, $B(4;\,-2)$, $C(-2;\,-6)$.

46. $A(-7;3)$, $B(2;-1)$, $C(-1;-5)$.

47. $A(-2;\,-2)$, $B(7;\,-6)$, $C(1;\,2)$.

48. $A(-5;\,3)$, $B(3;\,4)$, $C(7;\,-3)$.

49. $A(-2;\,0)$, $B(2;\,6)$, $C(4;\,2)$.

50. $A(0;\,0)$, $B(1;\,6)$, $C(4;\,2)$.

51-60. Даны координаты точки M_1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 и параллельной заданной плоскости P.

51. Точка $M_1(2;\,1;\,0)$ и плоскость $P: 3x+2y+z+2=0$.

52. Точка $M_1(-1;\,2;\,1)$ и плоскость $P: x-2y+z+3=0$.

53. Точка $M_1(2;\,1;\,-1)$ и плоскость $P: 2x-y+2z+3=0$.

54. Точка $M_1(3;\,1;\,1)$ и плоскость $P: 3x+2y-z+1=0$.

55. Точка $M_1(2;\,-1;\,-1)$ и плоскость $P: 2x+y-z+2=0$.

56. Точка $M_1(-1;\,1;\,1)$ и плоскость $P: x-2y+z+3=0$.

57. Точка $M_1(2;\,1;\,1)$ и плоскость $P: 2x-y-2z+1=0$.

58. Точка $M_1(0;\,1;\,0)$ и плоскость $P: x-2y+z+3=0$.

59. Точка $M_1(2;\,-1;\,-1)$ и плоскость $P: 3x+2y-z+1=0$.

60. Точка $M_1(1;\,1;\,2)$ и плоскость $P: x-2y+z+3=0$.

IV. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Линейная алгебра

1. Что называется матрицей размерности $(m \times n)$? Что такое квадратная матрица второго порядка, третьего порядка? Привести примеры.

2. Какие операции можно производить над матрицами? Привести примеры.

3. Способы вычисления определителя третьего порядка. Привести примеры.

4. Какая матрица называется обратной для данной матрицы? Всегда ли существует обратная матрица? Как найти обратную матрицу?

5. В чем состоит метод Крамера решения системы линейных уравнений?

6. В чем состоит матричный метод решения системы линейных уравнений?

7. Что называется рангом матрицы? Как его можно найти?

8. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли.

9. В чем заключается метод Гаусса решения системы линейных уравнений?

Векторная алгебра

1. Что называется вектором и длиной (модулем) вектора?

2. Какие векторы называются коллинеарными и компланарными?

3. Что называется суммой векторов? Каковы способы нахождения суммы двух и большего числа векторов?

4. Что называется произведением вектора на число?

5. Что называется базисом на плоскости?

6. Что значит «разложить вектор по базису»? Что называется координатами вектора в данном базисе?

7. В каком случае векторы являются коллинеарными?

8. Как выражаются координаты вектора через координаты начала и конца вектора?

9. Как вычисляется длина вектора?

10. Что называется скалярным произведением двух векторов, как оно выражается через координаты векторов?

11. Как вычисляется угол между двумя векторами?

12. Каково условие перпендикулярности векторов?

13. Что называется векторным произведением двух векторов и как оно выражается через координаты векторов?

14. Сформулируйте условие коллинеарности двух векторов?

15. В чем заключается геометрический смысл векторного произведения?

16. Что называется смешанным произведением трех векторов, каков его геометрический смысл и как оно выражается через координаты векторов?

17. Сформулируйте условие компланарности трех векторов?

Аналитическая геометрия

1. Что называется нормальным и направляющим векторами прямой на плоскости?

2. Как записать уравнение прямой на плоскости, если известен ее нормальный (направляющий) вектор?

3. Как записать уравнение прямой, проходящей через две точки?

4. Как записывается уравнение плоскости, если известна точка, через которую она проходит, и нормальный вектор?

5. Как записывается уравнение плоскости, если известна точка, через которую она проходит, и два неколлинеарных вектора, параллельных ей?

V. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Виленкин, И.В. Высшая математика / И.В. Виленкин, В.М. Гробер. – Ростов-н/Д. : «Феникс», 2010. – Гл. 1, с. 14 – 62.
2. Баврин, И.И. Высшая математика / И.И. Баврин. – М.: Академкнига, 2009. – Гл. 2, с. 36 – 85.

Дополнительная литература

3. Лесняк Л.И., Старенченко В.А. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. / Л.И. Лесняк, В.А. Старенченко– Томск: Изд-во НТЛ, 2008. – С. 6 – 140.
4. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии / Н.В. Ефимов. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2006. – С. 143 – 196.
5. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник. – СПб.: Лань, 2010. – С. 121 – 139, 201 – 222.
6. Беклемешев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. /Д.В. Беклемешев. – М.: Наука, 1980 – 1987. – С. 142 – 231.

2\. Бугров, Я.С. Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии./ Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Наука, 1980. – С. 35 – 83.

7\. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах./ П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Высшая школа, 1980 – 1999. – Ч. 1. С. 76 – 148.